

www.biophys.msu.ru

Модели нелинейного мира

Галина Юрьевна Ризниченко

Каф. биофизики Биологического ф-та Московского
государственного университета им.
М.В.Ломоносова, к.119

тел: +7(095)9390289; факс: (095)9391115;

E-mail: riznich@biophys.msu.ru

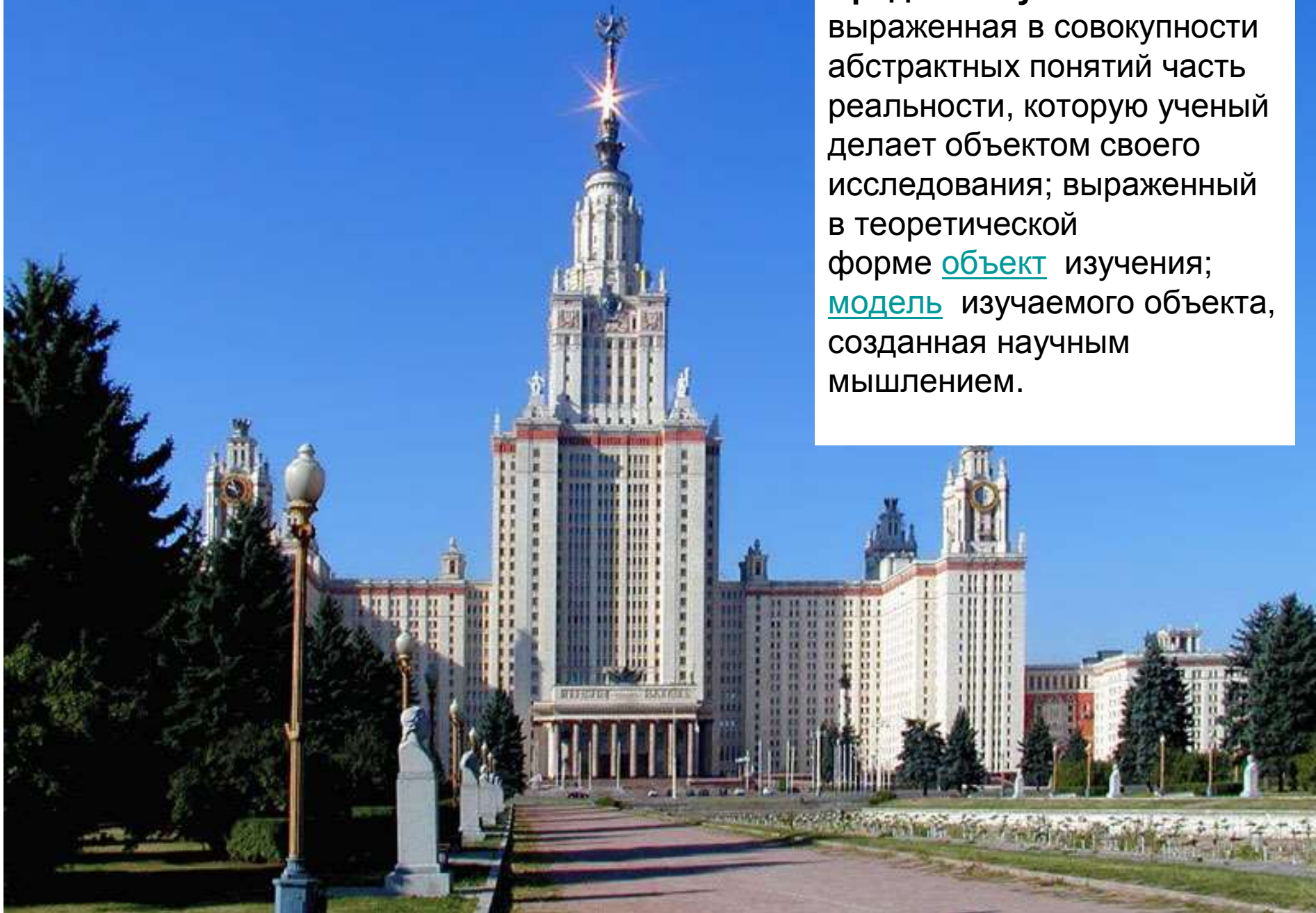
Лекция 1



<http://mathbio.ru>

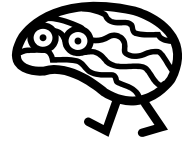
Предмет науки -

выраженная в совокупности абстрактных понятий часть реальности, которую ученый делает объектом своего исследования; выраженный в теоретической форме объект изучения; модель изучаемого объекта, созданная научным мышлением.





* Цель моделирования - понимание



- Человеческий мозг (как и компьютер) работает с моделями
- Понять – значит построить «в голове» модель природного явления,
- живой системы,
- человеческих отношений и проч.
- «Понять – значит, простить»





Компьютер работает не с реальной системой, а с моделью



Практический смысл модели

* Что такое МОДЕЛЬ?

- *модель – это «копия» объекта,*
- *в некотором смысле «более удобная»*
- Важно определить:
объект, цель и метод (средства)
моделирования

Пример модели - портрет



Манипуляции в пространстве и во времени

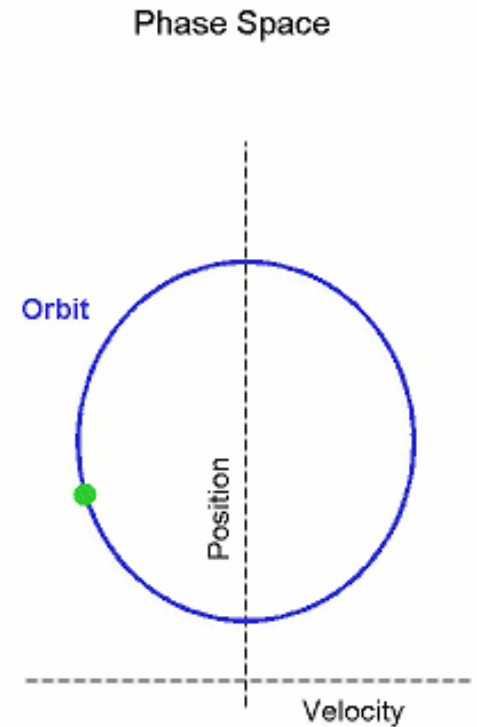
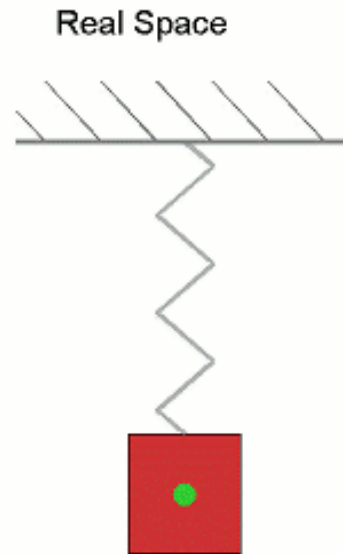
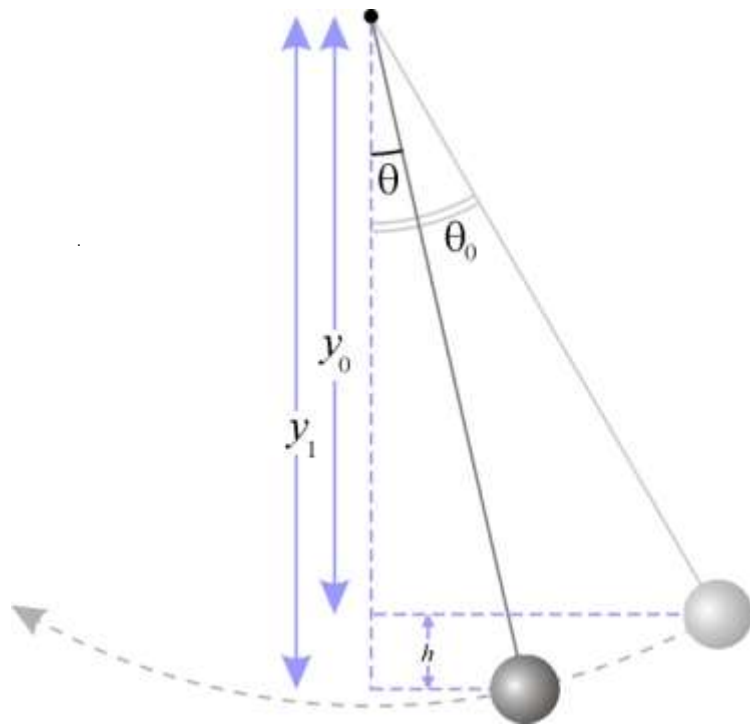
Как понять выражение

«Художник и его
модель?»»



* **Примеры моделей**

Гармонический осциллятор



$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Самолет в аэродинамической трубе
изучение прочности конструкции, влияния внешних условий и др.



Популяция дрозофиллы

* Модели генетики :



Каждая наука имеет свои модели

* Аквариум- модель водной системы
изучение взаимодействия компонентов биоценоза, параметров
качества воды



- Математика – это искусство называть разные вещи одним и тем же именем
- Без языка математики большая часть глубоких взаимосвязей между вещами навсегда осталась бы неизвестной



Анри Пуанкаре
(1854-1912)



* Математика - ЯЗЫК

Д. У. Гиббс Josiah Willard **Gibbs**;
1839—1903) — американский физик,
физикохимик, математик и механик, один из
создателей векторного анализа,
статистической физики, математической
теории термодинамики,

- словарь и звуковые и графические способы кодирования слов - числа, векторы, матрицы, функции
- Грамматики – действия с ними: сложение, вычитание, умножение, деление, дифференцирование, интегрирование
- Грамматики математического языка – не только правила сочетания элементов (слов), но и правила преобразования одних слов в другие
- Аналог словесных описаний – математические модели

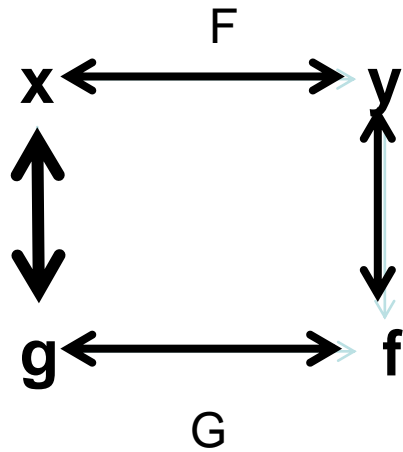


Галилео Галилей
(1564 - 1642)

«... Великая книга природы написана математическими символами»

* ИЗОМОРФИЗМ

Изоморфизм (от др.-греч. ἴσος — «равный, одинаковый, подобный» и морφή — «форма»)



**Совокупность элементов (слов)
и действий (грамматика) –
операционная система**

**Две операционные системы изоморфны.
Если установлено взаимно однозначное
соответствие, между их элементами и
действиями**



* В разных
операционных
системах
действия
выполняются
по-разному.

Пример: в арабской системе записи
числа перемножить легко, а в римской
– очень трудно

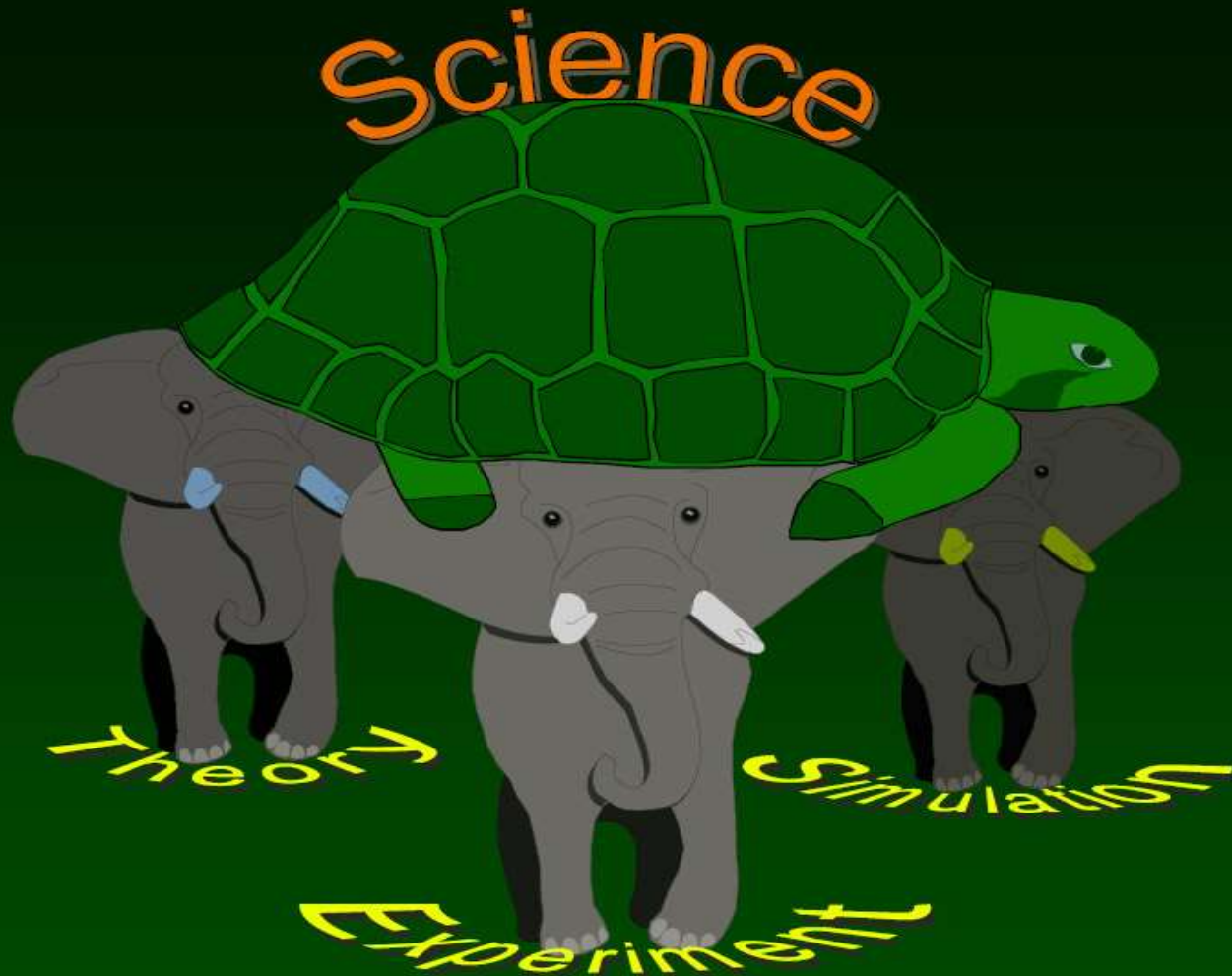


* Операционная система компьютера

все действия выполняются
легко и быстро
(правда, приближенно)



* Три кита современной науки



* Операционная система мозга Законы природы



- Природа – тоже операционная система. Её удастся представить с той или иной полнотой в виде разнообразных элементов и связей между ними и текущим временем.
- Это представление и называется **«законами природы»**.
- Когда удастся построить изоморфную объекту природы математическую модель, мы постигаем и природный объект

**В.Эбелин
Р.Фейстел**
Хаос и
космос.

**Синергетик
эволюции**

**Chaos and Kosmos
Prinzipien der
Evolution**

Изд. РХД, 2005

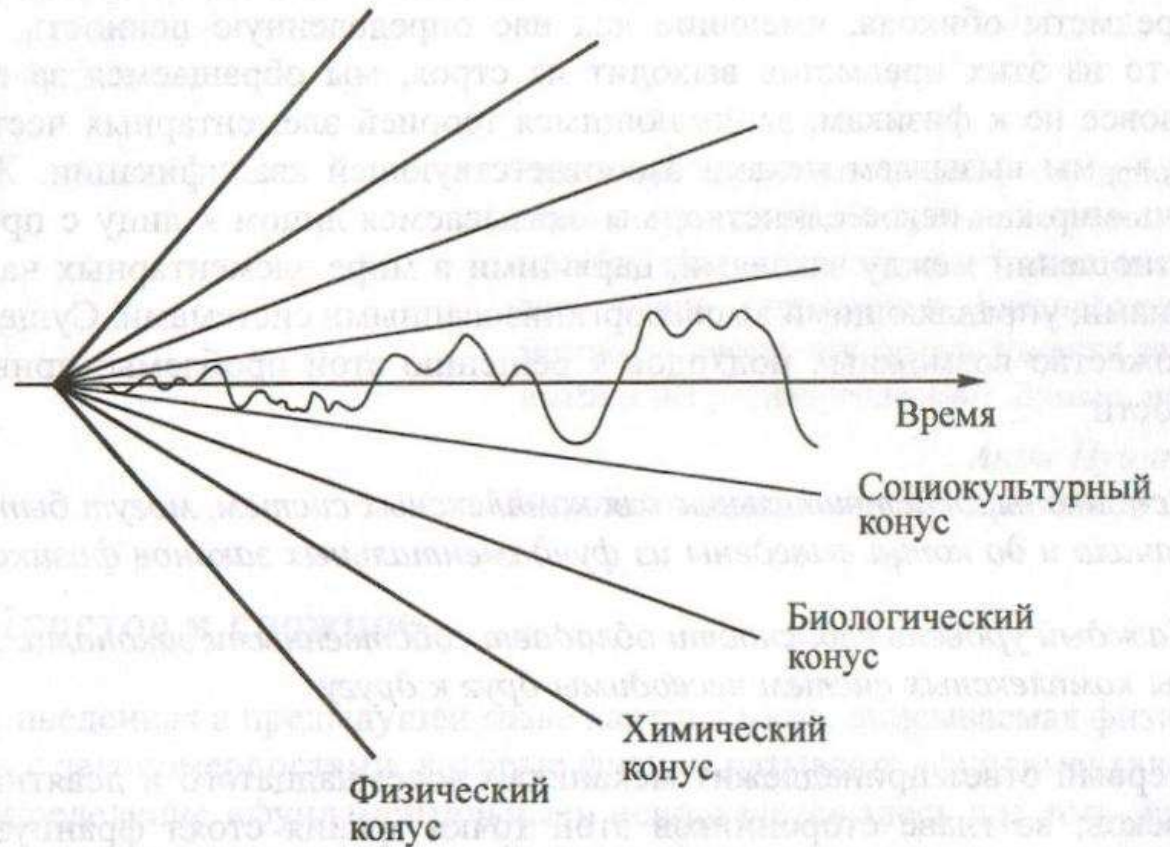
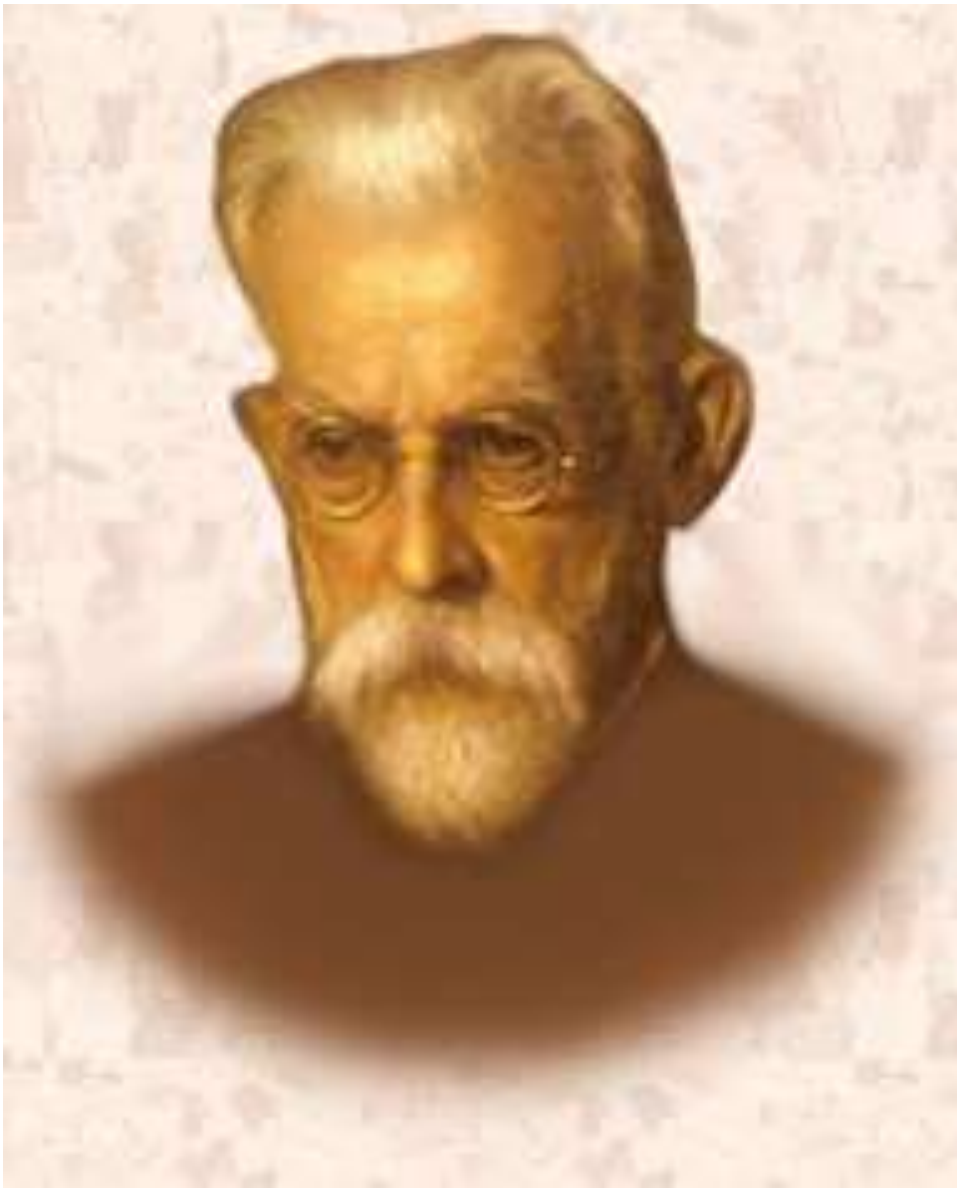


Рис. 2.1. «Конус законов». Все возможные процессы (не нарушающие фундаментальных законов) находятся в «физическом конусе»; «конусы», символизирующие химические, биологические и социокультурные процессы, значительно уже — они соответствуют процессам (также разрешенным), на которые наложены дополнительные ограничения.

* Владимир
Иванович
Вернадский

(1863-1945)

«Большая часть научной работы заключается в поиске математических соотношений. Найдя их, наш ум успокаивается, и нам кажется, что вопрос, который нас мучил, решен.»



В последней трети 20 века начал развиваться комплекс наук

- Системный анализ
- Синергетика
- Теория динамических систем
- Нелинейная динамика
- Теория катастроф
- Теория хаоса
- Science of complexity
- Nonlinear science

цель которых – понять суть нелинейных процессов
в сложных динамических системах

Линейность и нелинейность

- Линейная зависимость

- $Y = a \cdot x$

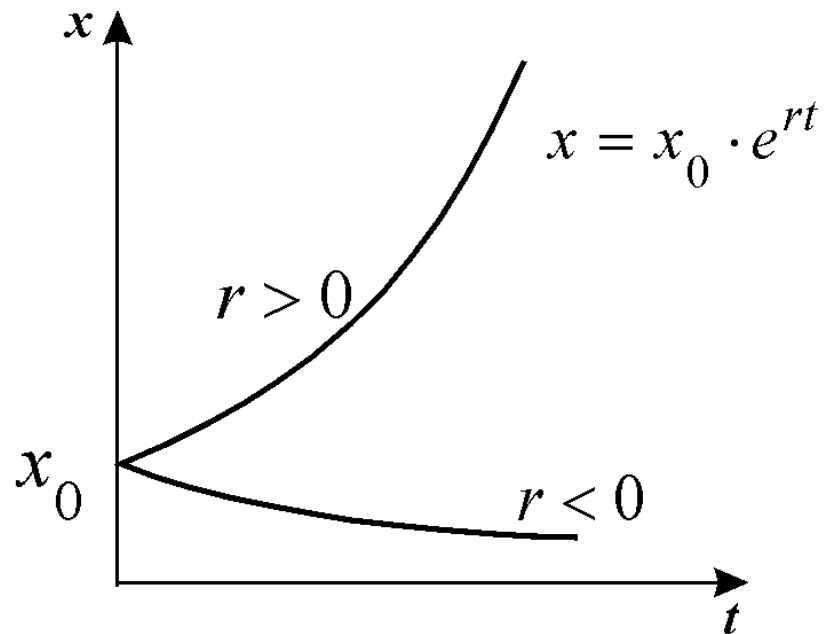
- СЛЕДСТВИЕ

пропорционально ПРИЧИНЕ

Линейность и нелинейность

- **Линейное дифференциальное уравнение.**
Скорость изменения величины пропорциональна самой величине

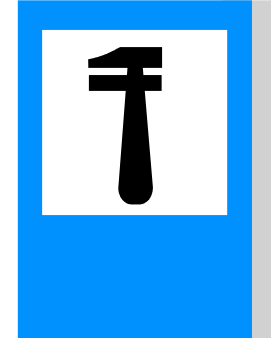
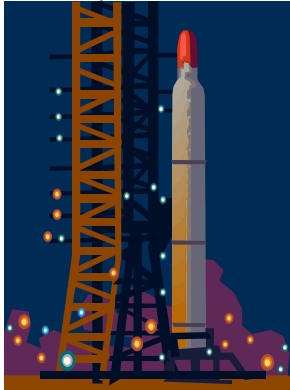
$$\frac{dx}{dt} = rx.$$



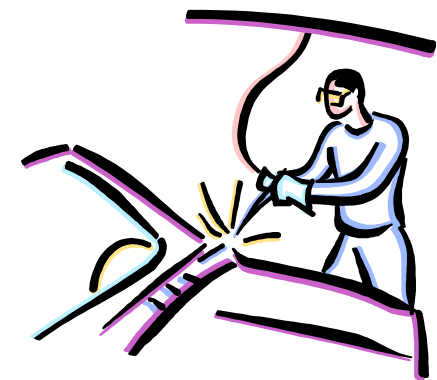
СВОЙСТВА СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

- Единственное стационарное состояние
- Существуют методы исследования устойчивости стационарных состояний
- и решений
- Идентифицируемость параметров по экспериментальным данным

ЛИНЕЙНАЯ НАУКА ДЕТЕРМИНИЗМ



- На основе линейной науки работают
- МЕХАНИКА
- СТРОИТЕЛЬСТВО
- БАЛЛИСТИКА
- ЭЛЕКТРОТЕХНИКА
- КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА



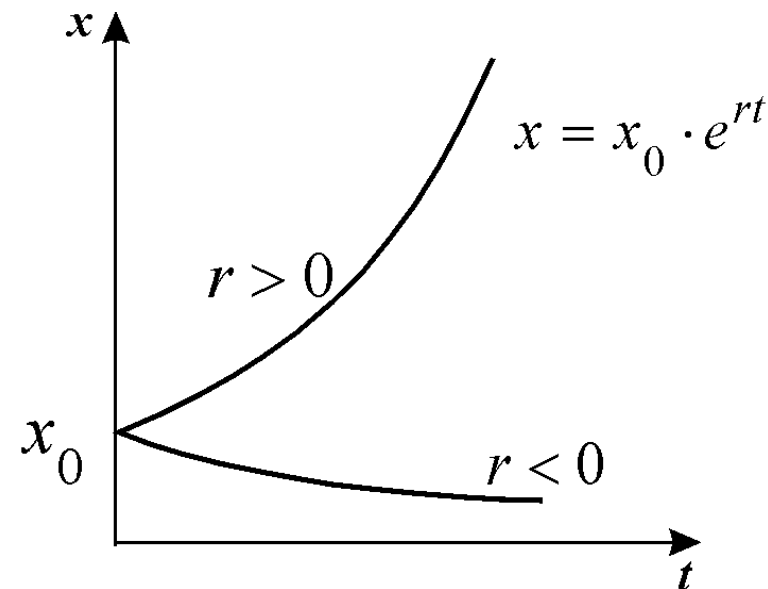
Докомпьютерная эра – линейный мир.

Линейный мир

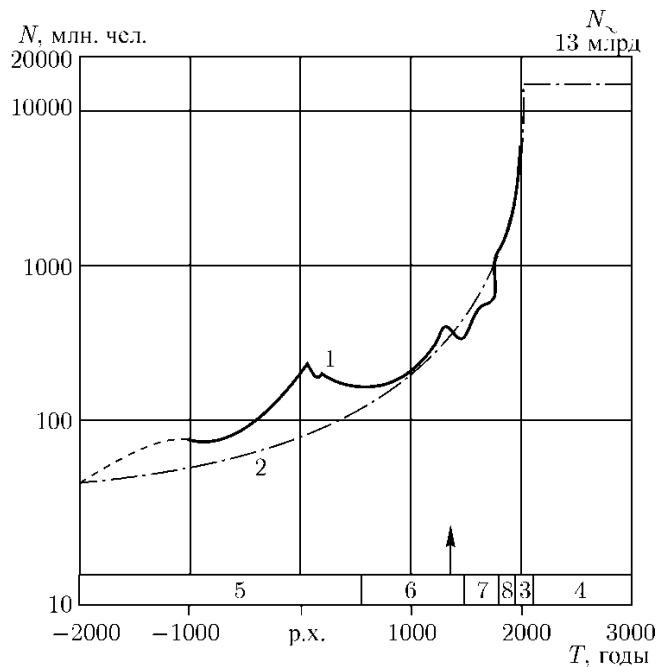
- **Линейное дифференциальное уравнение.**

Уравнение роста популяции Мальтуса (1798)

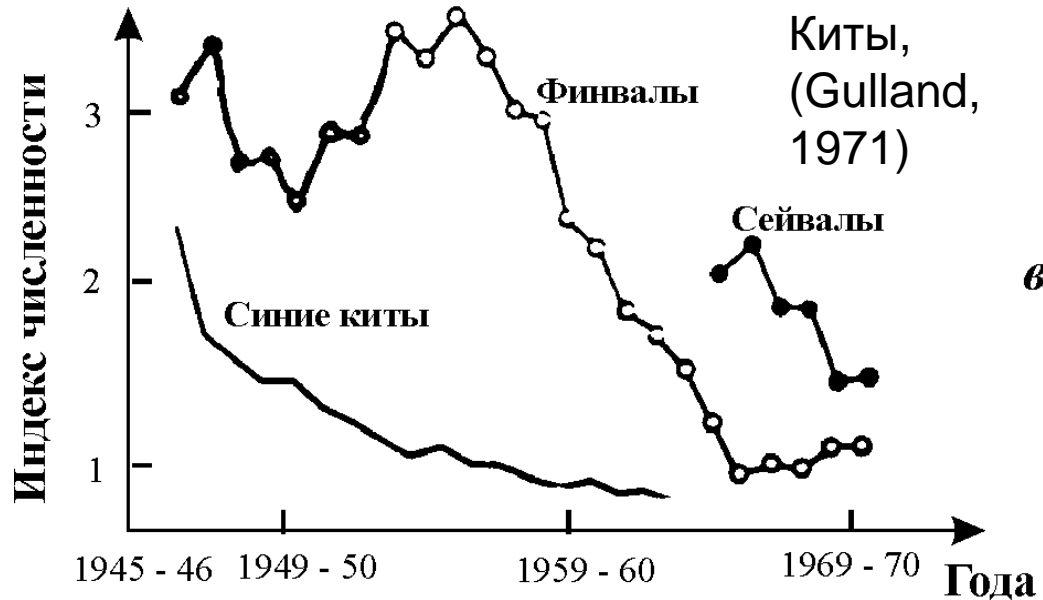
$$\frac{dx}{dt} = rx.$$



Рост человечества.
Капица. 2004



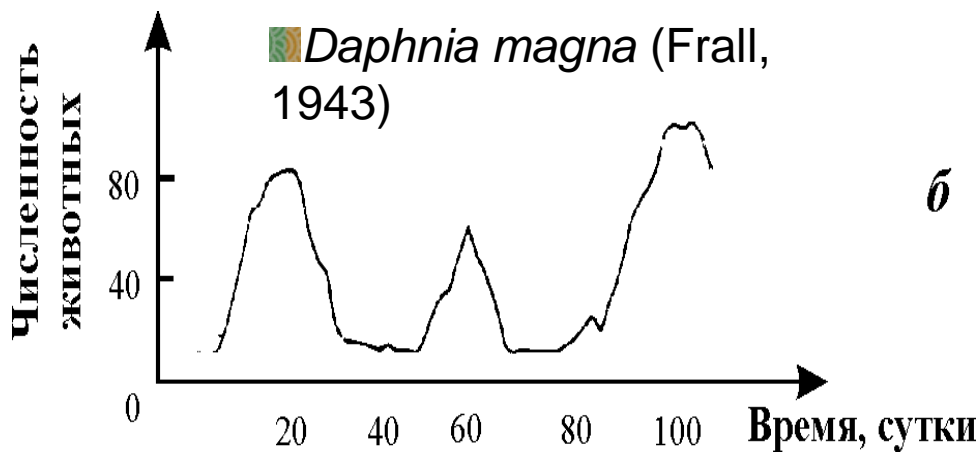
Нелинейный мир



Поголовье овец, тыс.



a



б

хаос

CHAOS

Weather

Э.Лоренц

Chemical
Kinetics

Heart
rhythm



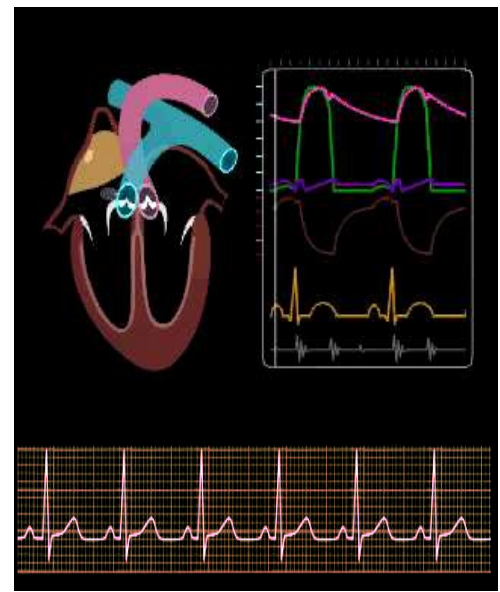
Александр
Юрьевич
Лоскутов

1959-2011



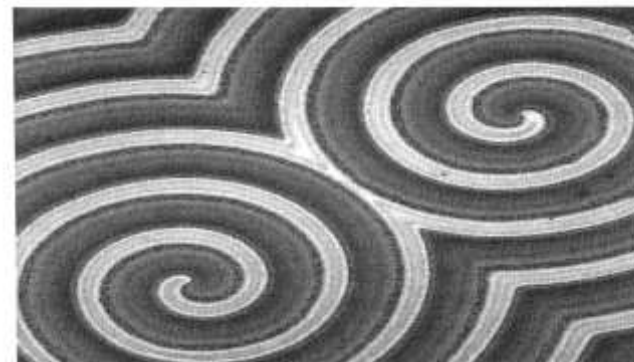
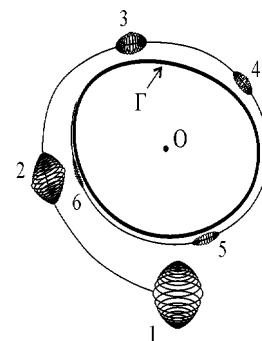
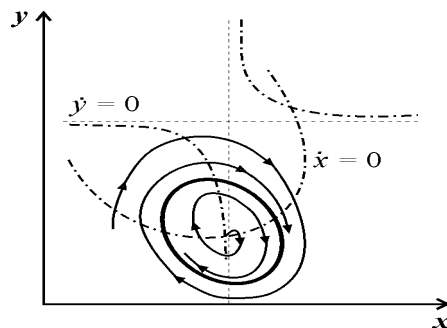
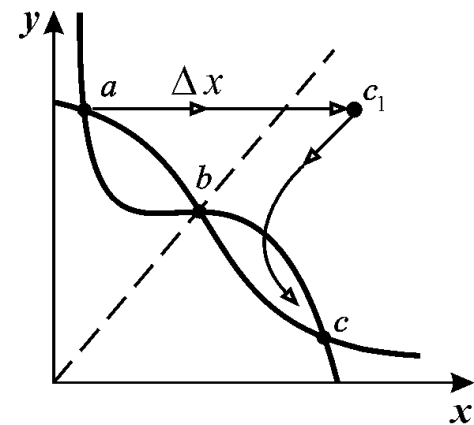
BZ-reaction

Белоусов и
Жаботинский



Основные свойства нелинейных систем

- Мультистационарность
- Колебания
- Хаос
- Пространственно-временные структуры



ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ

- В первоначально гомогенной системе в результате малых флуктуаций могут возникать **регулярные пространственные структуры**
- **Морфогенез**
- **Раскраска шкур животных**
- **Пятна планктона в океане,**
- **Возникновение и рост городов**
- **Скопления галактик**

Д.Мюррей, 1, 2 тома



Джеймс Д. Мюррей — профессор университетов Вашингтона и Оксфорда, член Королевского научного общества Великобритании и иностранный член Французской Академии наук, имеет почетные звания многих университетов мира. Автор более 200 научных статей и нескольких книг, основатель и директор Центра математической биологии университета в Оксфорде.

Джеймс Мюррей
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ



БИОФИЗИКА
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ

Джеймс Мюррей
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
БИОЛОГИЯ**



ТОМ 1: ВВЕДЕНИЕ



Модели раскраски шкур ЖИВОТНЫХ

*Мюррей.
Математические
модели в
биологии.
2010*



Нелинейная архитектура
Музей Гугенхайма (Бильбао, Испания)
Архитектор Франк Гери





Бюст Вергилия у входа в его склеп в Неаполе

Имя при рождении:

Публий Вергилий Марон

Дата рождения:

15 октября [70 до н. э.](#)

Место рождения: Мантуи

Дата смерти:

21 сентября [19 до н.э.](#)

Род деятельности:

древнеримский поэт

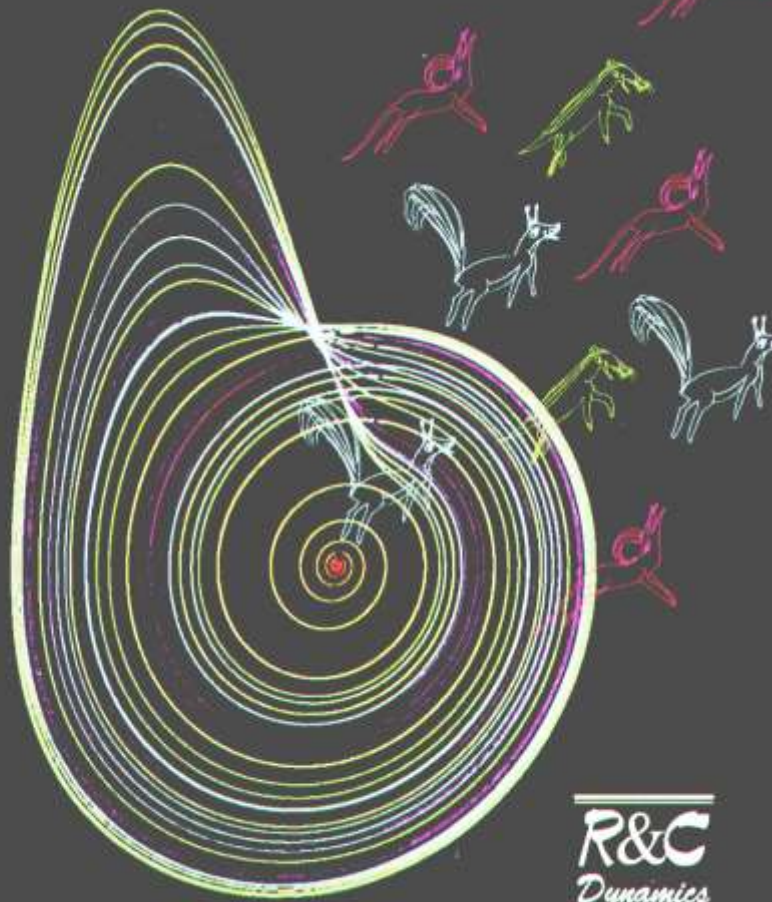
* «Все может надоест, кроме
понимания» Вергилий

Г.Ю. Ризниченко

ЛЕКЦИИ

по математическим моделям
в биологии

ЧАСТЬ I



R&C
Dynamics



БИОФИЗИКА
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ

Г.Ю. Ризниченко

ЛЕКЦИИ

по математическим моделям в биологии

R&C
Dynamics